

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2022 - JUNIO

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

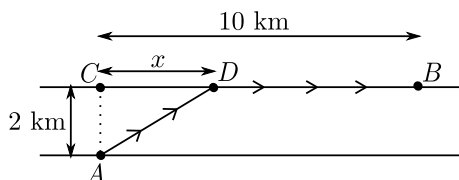
- 1: [2,5 p.]** La suma de las edades de Carmela, Esperanza y Aurora es 68 años. La edad de Carmela es 5 años más que la mitad de la suma de las edades de Esperanza y Aurora. Además, dentro de 4 años la edad de Aurora será la edad que actualmente tiene Esperanza. Calcule las edades de cada una de ellas.

2: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **[1 p.]** Si I denota la matriz identidad de orden 3, compruebe que $A^3 = -I$ y calcule A^{2023} .
- b) **[0,5 p.]** Calcule la inversa de A .
- c) **[1 p.]** Resuelva la ecuación matricial $AX - B^T = A^2$, donde B^T denota la matriz traspuesta de B .

- 3:** En este ejercicio se puede utilizar el resultado del apartado a) para realizar el apartado b), aun en el caso en que no se sepa realizar el apartado a).

Un triatleta participa en una competición de SwimRun en la que debe ir desde el punto A, situado en la orilla de un canal de agua en reposo de 2 kilómetros de ancho, hasta el punto B, situado en la otra orilla del canal y a una distancia de 10 kilómetros del punto C (punto opuesto de A), tal y como se indica en la figura. Para ello, debe ir nadando desde A hasta cualquier punto D de la otra orilla del canal y continuar corriendo desde D hasta B. El triatleta tiene plena libertad para elegir D.



- a) **[1 p.]** Sabiendo que el triatleta es capaz de nadar a una velocidad de 4 km/h y de correr a una velocidad de 12 km/h, demuestre que el tiempo total empleado por el triatleta en ir desde A hasta B (pasando por D) viene dado por la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{4} + \frac{10 - x}{12}$, donde x denota la distancia de C a D.
- b) **[1,5 p.]** Calcule cuál debe ser el punto D para que el tiempo empleado por el triatleta en ir desde A hasta B sea mínimo. ¿Cuánto tardará en dicho caso?

El examen continúa por detrás

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2022 - JUNIO

4: Considere la función $f(x) = x \ln(x)$, definida para $x > 0$.

- [1 p.] Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- [1 p.] Calcule la integral indefinida de la función $f(x)$.
- [0,5 p.] Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(1, 0)$.

5: Considere las siguientes rectas:

$$r: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{0} \quad y \quad s: \begin{cases} x-z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

- [1 p.] Estudie la posición relativa de ambas rectas.
- [1,5 p.] En caso de que las rectas se corten, calcule la ecuación del plano que las contiene y el ángulo que forman ambas rectas. En caso de que las rectas se crucen, calcule la perpendicular común a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A = (1, -1, 2)$ y $B = (3, 5, 2)$.

- [1,5 p.] Determine la ecuación del plano π perpendicular al segmento AB y que pasa por el punto medio de dicho segmento.
- [1 p.] Calcule la distancia del punto A al plano π .

7: Dos urnas A y B contienen bolas de colores con la siguiente composición: La urna A contiene 6 bolas verdes y 4 bolas negras, y la urna B contiene 2 bolas verdes, 4 bolas negras y 3 bolas rojas. Se saca al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. A continuación, se saca al azar una bola de la urna B. Calcule:

- [0,75 p.] La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea roja.
- [0,75 p.] La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea verde, sabiendo que la bola que se sacó de la urna A era verde.
- [1 p.] La probabilidad de que la bola que se saca de la urna B sea negra.

8: En este ejercicio trabaje con 4 decimales para las probabilidades.

El cociente intelectual (CI) de los estudiantes universitarios sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ desconocidas. Se sabe que la media es igual a 10 veces la desviación típica y que el 93,32% de los estudiantes tiene un CI menor de 115.

- [1,5 p.] Calcule la media y la desviación típica de esta distribución.
- [1 p.] Si se eligen al azar 5 estudiantes universitarios, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellos tengan un CI mayor de 115?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2022 - JUNIO

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones a resolver [1 p.].

Cálculo correcto de la solución del sistema [1,5 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Comprobación correcta y razonada de que $A^3 = -I$ [0,5 p.]. Cálculo correcto y razonado de $A^{2023} = A$ [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la inversa de A [0,5 p.].

Apartado c) Expresión correcta de X en términos A , A^{-1} y B^T [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [0,5 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Apartado a) Deducción correcta de la expresión de la función $f(x)$ [1 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la derivada de la función a minimizar [0,25 p.].

Cálculo correcto del único punto crítico de la función a minimizar (y candidato a ser mínimo) $x = 1/\sqrt{2}$ [0,25 p.]. Justificación de que se trata de un punto de mínimo [0,5 p.].

Cálculo correcto del tiempo mínimo [0,5 p.].



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2022 - JUNIO

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada de $f(x)$ [0,25 p.]. Cálculo correcto del único punto crítico $x = 1/e$ [0,25 p.]. Justificación de que la función es decreciente en el intervalo $(0, 1/e)$ y creciente en el intervalo $(1/e, +\infty)$ [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 p.].

Apartado c) Determinación correcta de la constante de integración para que la gráfica de la primitiva pase por el punto $(1, 0)$ [0,5 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Comprobación de que las dos rectas se cortan en un punto [1 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano que las contiene [1 p.]. Cálculo correcto del ángulo que forman las dos rectas [0,5 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de la ecuación del plano π pedido [1,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado de la distancia del punto A al plano π [1 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,75 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la media [0,75 p.]. Cálculo correcto y justificado de la desviación típica [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].